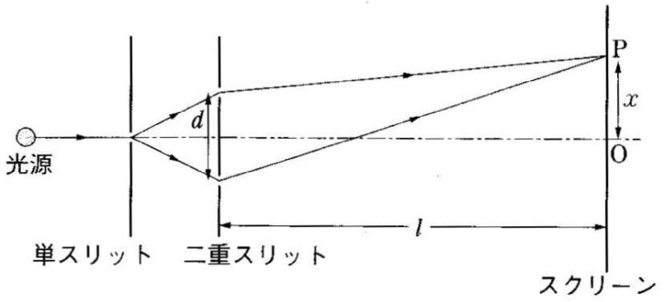
ヤングの実験

二重スリットの間隔を d，二重スリットとスクリーンの距離を l とし，二重スリットの垂直二等分線とスクリーンの交点をO，スクリーン上の観測者ＰとＯとの距離を x とする。l が d や x に比べてきわめて大きいとき，光源の波長をλとすれば，干渉の条件は，

$$経路差\frac{dx}{l}=\begin{cases} 2m\cdot\frac{\lambda}{2} & \cdots\cdots 明線が現れる \\ (2m-1)\cdot\frac{\lambda}{2} & \cdots\cdots 暗線が現れる \end{cases}$$

ただし m=0，1，2・・・

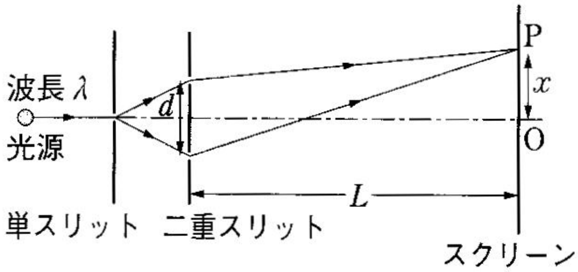


解法のポイント

経路差を求めて，干渉の条件を考える。

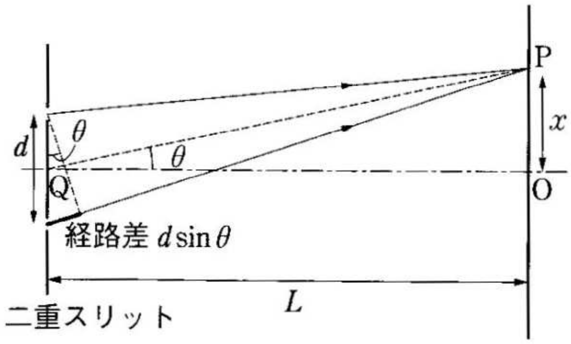
例題

図のような装置を用いて，ヤングの実験を行った。スクリーン上で強め合う位置xを求めよ。ただし，光源の波長をλとする。必要があれば整数mを用い，$|\alpha|\ll1$ のときの近似式 $\sin\alpha\fallingdotseq\tan\alpha$ を用いよ。



解答

二重スリットの垂直二等分線と二重スリットとの交点をQとし，∠PQO=θとすれば経路差は右図より，$d\sin\theta$である。



直角三角形PQOに着目すると，$\tan\theta=\frac{x}{L}$ となるので，問題文で与えられた近似式を用いて

$$d\sin\theta\fallingdotseq d\tan\theta=\frac{dx}{L}$$

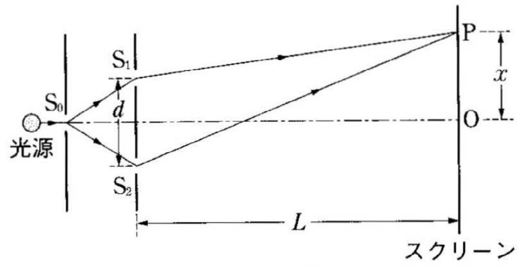
となる。

よって，干渉によって強めあうための条件は

$$\frac{dx}{L}=2m\cdot\frac{\lambda}{2}\quad\rightarrow\quad x=\frac{mL\lambda}{d}$$

類題

図のように，波長 λ〔m〕の単色光を発生する光源，単スリット S_0，複スリット S_1，S_2，そして複スリットから距離 L〔m〕離れたところにスクリーンを配置して，ヤングの実験を行った。その結果，明暗の縞模様がスクリーン上に観察された。明線の間隔 Δx〔m〕を求めよ。ただし，スリット S_1，S_2 間の距離を d〔m〕とし，d と Δx は L に比べて非常に小さいとする。なお，z が 1 に比べて非常に小さい場合に成り立つ近似式 $\sqrt{1+z} \fallingdotseq 1+\frac{1}{2}z$ を用いよ。



解答

三平方の定理より $S_1P=\sqrt{L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}$，$S_2P=\sqrt{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}$ となるので経路差を近似式を用いて求めると，

$$|S_1P-S_2P|=\left|\sqrt{L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}-\sqrt{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}\right|$$

$$=L\sqrt{1+\frac{\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}{L^2}}-L\sqrt{1+\frac{\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}{L^2}}$$

$$\fallingdotseq L\left\{1+\frac{1}{2}\times\frac{\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}{L^2}\right\}-L\left\{1+\frac{1}{2}\times\frac{\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}{L^2}\right\}$$

$$=\frac{dx}{L}$$

よって点 P に明線ができる条件は，

$\frac{dx}{L}=m\lambda$　(m=0，1，2・・・)

となる。m 番目の明線の位置は $x=\frac{mL\lambda}{d}$，(m＋1)番目の明線の位置は $x=\frac{(m+1)L\lambda}{d}$ であるから，

$\Delta x=\frac{(m+1)L\lambda}{d}-\frac{mL\lambda}{d}=\frac{L\lambda}{d}$